

PCPI – 1 TS CIRA 	Chapitre 4 Dipôles en sinusoïdal et puissances	Electricité
FICHE EXERCICES 7		

CORRECTION

Exercice 1 : Résistance

Lorsqu'il est soumis à une intensité $i(t) = 20 \sqrt{2} \sin(500\pi t)$

1- **Donner** l'impédance complexe $\underline{Z}_R$ d'un conducteur ohmique de résistance $R = 200\Omega$

2- **Démontrer** que $\underline{Z}_R = R = 200\Omega$.

Pour cela :

- donner le nombre complexe associé à $i(t)$
- compléter l'expression de la tension : $u(t) = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(500\pi t + \dots)$
- calculer U_{eff}
- donner le nombre complexe associé à $u(t)$

→ calculer l'impédance complexe $\underline{Z}_R = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$

$$\begin{aligned}
 1- \underline{Z}_R &= R = 200\Omega \\
 2- \underline{I} &= [20; 0] = 20 \cos 0 + j 20 \sin 0 = 20 \\
 u(t) &= U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(500\pi t + 0) \\
 U_{\text{eff}} &= R \times I_{\text{eff}} = 200 \times 20 = 4000\text{V} \\
 \underline{U} &= [4000; 0] = 4000 \cos 0 + j 4000 \sin 0 = 4000 \\
 \underline{Z}_R &= \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{4000}{20} = 200\Omega
 \end{aligned}$$

Exercice 2 : Condensateur

Lorsqu'il est soumis à une intensité $i(t) = 20 \sqrt{2} \sin(500\pi t)$

1- **Calculer** l'impédance complexe $\underline{Z}_C$ d'un condensateur parfait de capacité $C = 68 \text{ nF}$

2- **Démontrer** que $\underline{Z}_C = \frac{-j}{C\omega}$.

Pour cela :

- donner le nombre complexe associé à $i(t)$
- compléter l'expression de la tension : $u(t) = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(500\pi t + \dots)$
- calculer U_{eff}
- donner le nombre complexe associé à $u(t)$

→ calculer l'impédance complexe $\underline{Z}_C = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$

$$\begin{aligned}
 1- \underline{Z}_C &= -j/C\omega = \frac{-j}{68 \times 10^{-9} \times 500 \times \pi} = -j 9362\Omega \\
 2- \underline{I} &= [20; 0] = 20 \cos 0 + j 20 \sin 0 = 20 \\
 u(t) &= 20\sqrt{2} \sin(500\pi t - \pi/2) \\
 U_{\text{eff}} &= \frac{I_{\text{eff}}}{C\omega} = \frac{20}{68 \times 10^{-9} \times 500 \pi} = 187241\text{V} \\
 \underline{U} &= [187241; -\pi/2] = 187241 \cos(\pi/2) + j 187241 \sin(\pi/2) = -j 187241 \\
 \underline{Z}_C &= \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{-j 187241}{20} = -j 9362\Omega
 \end{aligned}$$

Exercice 3 : Condensateur

Un condensateur est soumis à une tension sinusoïdale de valeur efficace U_{eff} constante et de fréquence f variable.

Sachant que

$$i(t) = I_{\text{eff}} \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \quad \varphi = 0 \text{ rad car elle est prise comme référence}$$

$$u(t) = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

- 1- **Démontrer** la relation entre U_{eff} et I_{eff} pour un condensateur $I_{\text{eff}} = C \cdot \omega \cdot U_{\text{eff}}$
- 2- **Démontrer** que $\varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ pour la tension $u(t)$
- 3- Lorsque la fréquence a la valeur $f_1 = 100 \text{ Hz}$, le condensateur est traversé par un courant d'intensité efficace $I_{\text{eff}1} = 16 \text{ mA}$. $U_{\text{eff}} = \text{constante}$

Calculer l'intensité efficace $I_{\text{eff}2}$ du courant lorsque la fréquence prend la valeur $f_2 = 400 \text{ Hz}$.

① on sait que : $i(t) = C \times \frac{d u(t)}{dt}$

$I_{\text{eff}} \times \sqrt{2} \sin(\omega t)$

on égalise : $\frac{d u(t)}{dt} = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \times \omega$
 $= U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \times \omega$

$I_{\text{eff}} \times \sqrt{2} \sin(\omega t) = U_{\text{eff}} \times \sqrt{2} \times \omega \times \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \times C$

on identifie : $I_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} \times \omega \times C$ et $\omega t = \omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

② $I_{\text{eff}1} = C \omega_1 \times U_{\text{eff}}$ $I_{\text{eff}2} = C \omega_2 \times U_{\text{eff}}$

③ $\frac{I_{\text{eff}1}}{I_{\text{eff}2}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow I_{\text{eff}2} = \frac{I_{\text{eff}1} \times \omega_2}{\omega_1} = \frac{16 \times 2\pi \times 400}{2\pi \times 100}$

$I_{\text{eff}2} = 64 \text{ mA}$

Exercice 4 : Condensateur

Un condensateur de capacité $C = 1 \mu\text{F}$ est traversé par un courant sinusoïdal d'intensité $i(t)$ de valeur efficace $I_{\text{eff}} = 1,3 \text{ mA}$ et de fréquence $f = 100 \text{ Hz}$

- 1- En choisissant comme origine des phases celle de l'intensité $i(t)$, **donner** l'expression de l'intensité $i(t)$ en fonction de I_{eff} et ω
- 2- Pour un condensateur quelle est la valeur du déphasage φ de la tension par rapport à l'intensité ?
- 3- En **déduire** l'expression de la tension $u(t)$ en fonction de U_{eff} et ω
- 4- **Donner** l'expression des nombres complexes $\underline{U}$ et $\underline{I}$ associés aux grandeurs $u(t)$ et $i(t)$ en fonction de U_{eff} et I_{eff}
- 5- **Rappeler** la relation entre U_{eff} et I_{eff} pour un condensateur
- 6- Quelle est l'expression numérique $\underline{U}$ de la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur ?
 - ☐ -2,1 j (V)
 - ☐ -3,4 j (V)
 - ☐ 4,7 j (V)
 - ☐ 7,3 j (V)

① $i(t) = I_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t) = 1,3 \times 10^{-3} \sqrt{2} \sin(628t)$

② $\varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

③ $u(t) = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \frac{I_{\text{eff}}}{C \cdot \omega} \sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = 2,1 \sqrt{2} \sin(628t - \frac{\pi}{2})$

④ $\underline{U} = [2,1; -\frac{\pi}{2}] = 2,1 \cos -\frac{\pi}{2} + j 2,1 \sin -\frac{\pi}{2} = -j 2,1$

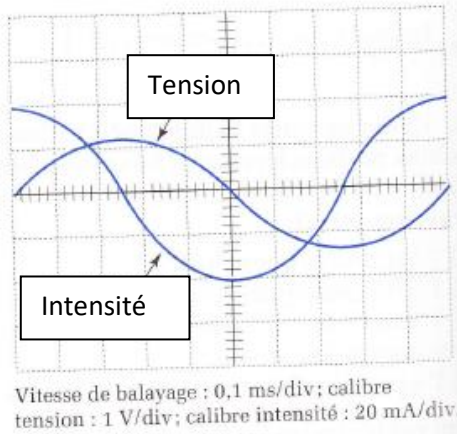
$\underline{U} = [U_{\text{eff}}; -\frac{\pi}{2}] = -j U_{\text{eff}}$

$\underline{I} = [I_{\text{eff}}; 0] = I_{\text{eff}}$

⑤ $U_{\text{eff}} = \frac{I_{\text{eff}}}{C \cdot \omega}$ ou $I_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} C \omega$

⑥ $\underline{U} = -j 2,1$

Exercice 5 : Condensateur



L'écran d'un oscilloscope présente l'image de la tension aux bornes d'un dipôle et l'image de l'intensité qui le traverse.

- 1- Ce dipôle est-il purement résistif, capacitif ou inductif ? (autrement dit est ce que ce dipôle est une résistance, un condensateur ou une bobine ? **Justifier**.)
- 2- Quelle est la valeur maximale U_m de cette tension à ses bornes ?
- 3- **Calculer** la valeur efficace U_{eff}
- 4- Quelle est la valeur maximale I_m de l'intensité qui le traverse ?
- 5- **Calculer** la valeur efficace I_{eff}
- 6- **Calculer** son impédance complexe $\underline{Z}$
- 7- **Calculer** la capacité C de ce dipôle

① capacitif $u(t)$ en retard par rapport à $i(t)$

② $U_m = 1,2 \times 1 = 1,2 \text{ V}$

③ $U_{eff} = U_m / \sqrt{2} = 1,2 / \sqrt{2} = 0,85 \text{ V}$

④ $I_m = 2 \times 20 = 40 \text{ mA}$

⑤ $I_{eff} = I_m / \sqrt{2} = 40 / \sqrt{2} = 28,3 \text{ mA}$

⑥ $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$

$\underline{U} = [0,85; -\frac{\pi}{2}] = -j0,85$

$\underline{I} = [28,3; 0] = 28,3$

$\underline{Z} = \frac{-j0,85}{28,3 \times 10^{-3}} = -j30 \Omega$

⑦ $\underline{Z}_C = \frac{-j}{C \omega} = -j30$

$C = \frac{1}{30 \omega} = \frac{1}{30 \times \frac{2\pi}{T}}$

$T = 10 \times 91 \times 10^{-3}$

$T = 0,001 \text{ s}$

$C = 5,3 \times 10^{-6} \text{ F}$

Exercice 6 : Bobine

Lorsqu'elle est soumise à une intensité $i(t) = 20 \sqrt{2} \sin(500\pi t)$

- 1- **Calculer** l'impédance complexe $\underline{Z}_L$ d'une bobine d'inductance $L = 25 \text{ mH}$
- 2- **Démontrer** que $\underline{Z}_L = j L \omega$.

Pour cela :

- donner le nombre complexe associé à $i(t)$
- compléter l'expression de la tension : $u(t) = U_{eff} \sqrt{2} \sin(500\pi t + \dots)$
- calculer U_{eff}
- donner le nombre complexe associé à $u(t)$

→ calculer l'impédance complexe $\underline{Z}_L \underline{Z}_C = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$

1- $\underline{Z}_L = j L \omega = j \times 25 \times 10^{-3} \times 500 \pi = j39 \Omega$

2- $\underline{I} = [20; 0] = 20 \cos 0 + j20 \sin 0 = 20$

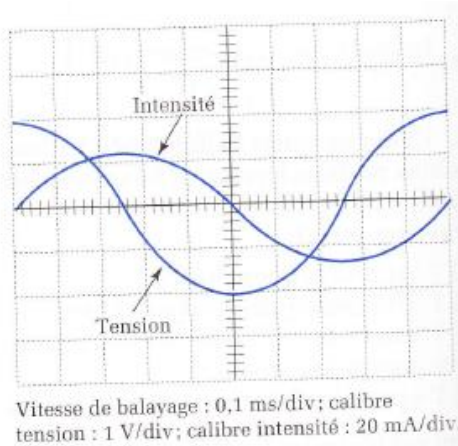
$u(t) = U_{eff} \sqrt{2} \sin(500\pi t + \frac{\pi}{2})$

$U_{eff} = L \omega I_{eff} = 25 \times 10^{-3} \times 500 \pi \times 20 = 785 \text{ V}$

$\underline{U} = [785; +\frac{\pi}{2}] = 785 \cos \frac{\pi}{2} + j785 \sin \frac{\pi}{2} = j785$

$\underline{Z}_L = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{j785}{20} = j39 \Omega$

Exercice 7 : Bobine



L'écran d'un oscilloscope présente l'image de la tension aux bornes d'un dipôle et l'image de l'intensité qui le traverse.

- 1- Ce dipôle est-il purement résistif, capacité ou inductif ? (autrement dit est ce que ce dipôle est une résistance, un condensateur ou une bobine ? **Justifier**.)
- 2- Quelle est la valeur maximale U_m de cette tension à ses bornes ?
 - 1- **Calculer** la valeur efficace U_{eff}
 - 2- Quelle est la valeur maximale I_m de l'intensité qui le traverse ?
 - 3- **Calculer** la valeur efficace I_{eff}
 - 4- **Calculer** son impédance complexe $\underline{Z}$
 - 5- **Calculer** l'inductance L de ce dipôle

Exercice 8 : Bobine

Une bobine de résistance négligeable, d'inductance $L = 22 \text{ mH}$, est soumise à une tension sinusoïdale $u(t)$ de valeur efficace

$U_{\text{eff}} = 5 \text{ V}$ et de fréquence $f = 200 \text{ Hz}$

En choisissant comme origine des phases celle de l'intensité $i(t)$, **calculer**

- 1- La valeur efficace de la tension I_{eff}
- 2- la valeur de $\underline{I}$ de l'intensité $i(t)$ qui la traverse ?
- 3- la valeur de $\underline{U}$ de la tension à ses bornes
- 4- la valeur de son impédance complexe $\underline{Z}_L$

- | | |
|-------------------------------------|--|
| ☐ 0,18 j (V) | ☐ 5 (A) |
| ☐ 0,18 (A) | ☐ 27.6 j (Ω) |
| ☐ 5 j (V) | ☐ 27.6 (Ω) |

$$① I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{L \times \omega} = \frac{5}{22 \times 10^{-3} \times 2\pi \times 200} = 0,18 \text{ A}$$

$$② \underline{I} = [0,18; 0] = 0,18$$

$$③ \underline{U} = [5; \frac{\pi}{2}] = 5j$$

$$④ \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{5j}{0,18} = j 27,6$$

$$\underline{Z} = j \times L \times \omega = j \times 22 \times 10^{-3} \times 2\pi \times 200 = j 27,6$$